

# Séminaire Itinérant de Catégories

## samedi 12 mars 2011

Université Paris Diderot, Halle aux farines, salles 165E

### MATIN

9h45-10h30 : **Laurent Coppey** — Facteurs Séries des fonctions L. Caractérisation des décompositions “directes” multiplicatives de  $\mathbb{N}^*$  ; la structure de base utilisée est celle de prémonoïde (commutatif) bien ordonné que j’ai introduite en 1975. Notion de noyaux (relatifs) d’instabilité associés à une décomposition directe d’un prémonoïde. Condition suffisante de trivialité d’une décomposition produit. Structure d’objet irréductible relatif à une décomposition directe additive  $(A, B)$  de  $N^{(N)}$  ; suite caractéristique des foncteurs dérivés associée ; construction d’une telle suite, paramètres libres. Typification des décompositions : squelettes (sains ou suturés).

10h40-11h25 : **Philippe Gaucher** — Vers une théorie homotopique des systèmes de transition de haute dimension. Cattani et Sassone ont proposé en 1996 une modélisation de l’exécution concurrente de  $n$  actions par un multi-ensemble de  $n$  éléments. Je vais expliquer comment en cherchant à topologiser la notion de multi-ensemble et leur axiome d’entrelacement, on arrive à une catégorie de modèles combinatoire propre gauche de systèmes de transition cubiques. D’abord je décrirai la structure homotopique minimale. On verra notamment qu’un autre de leurs axiomes, introduit pour des raisons de modélisation informatique, joue un rôle important dans la théorie homotopique. Puis, la classe d’équivalences faibles étant trop “petite”, je décrirai la localisation homotopique par rapport à la classe propre des bisimulations. L’exposé survolera un article publié qui fait aussi le lien avec les ensembles précubiques étiquetés, mais je ne parlerai pas du tout de ces derniers, une prépublication soumise qui construit la structure homotopique minimale, et mon travail en cours sur le sujet.

11h35-12h20 : **Marino Gran** — Une bonne théorie des idéaux dans les catégories régulières. Nous introduisons la notion de catégorie avec une bonne théorie des idéaux, qui permet de traiter simultanément le cadre pointé des catégories idéal déterminées et le cadre non pointé des catégories exactes de Goursat. La notion d’idéal de morphismes joue un rôle central dans cette nouvelle approche. Entre autre, nous identifions une propriété fondamentale commune aux catégories idéal déterminées et aux catégories de Goursat qui permet de donner une preuve unique de la modularité des treillis des congruences de ces catégories. Travail en collaboration avec A. Ursini et Z. Janelidze.

### APRÈS-MIDI

14h15-15h : **Alain Prouté** — Sur quelques liens entre catégories, programmation et preuves. Les langages de programmation (réels) sont nés dans les années 50 comme des langages adhoc modelés directement sur les machines. Certains langages ont transcendé cette approche en se basant sur des théories formelles/mathématiques (Lisp, Prolog, ...), augmentant de manière drastique l’expressivité des langages. Des notions de plus en plus fines de typage se sont imposées au fil du temps, pour lesquelles les concepts catégoriques se sont avérés être les modélisations les plus naturelles. La dualité catégorique, en réduisant l’asymétrie imposée par la présence d’éléments dans les ensembles ou les types de données, permet de mieux comprendre les conditionnelles, les flux de données, etc ... Cette évolution est loin d’être terminée, et la théorie des topos élémentaires est une voie prometteuse pour la conception de nouveaux langages de même que pour un rapprochement mathématiques/programmation.

15h10-15h55 : **Andrea Montoli** — Produits semi-directs en variétés unitaires. La notion catégorique de produit semi-direct, introduite par D. Bourn et G. Janelidze, permet de récupérer, dans le cadre semi-abélien, l’équivalence entre extensions scindées et actions internes, en généralisant l’équivalence classique connue pour les groupes. Nous comparons la notion catégorique de produit semi-direct avec la notion classique, basée sur les actions externes, dans le cadre des variétés algébriques unitaires, avec attention particulière au cas des monoïdes. Travail en collaboration avec Nelson Martins Ferreira.

16h05-16h50 : **René Guitart** — Bourbaki, les structures et les catégories. Faut-il faire des mathématiques à l’aide de structures-mères bien particulières héritées, ou bien faut-il manipuler des structures sans cesse librement renouvelées ? Sur cette différence de postures — de Weil et d’Ehresmann respectivement [dont on mettra deux sonnets face à face]— la théorie des catégories s’engagea au tournant des années 60 dans deux voies parallèles à dissocier a priori : l’examen des catégories de structures particulières en termes de propriétés universelles, et la construction d’une théorisation générale des structures, via l’idée unique de propriété universelle. Peut-être ces deux voies se rejoignent-elles si nous pouvons soutenir aujourd’hui que in fine il n’est qu’une espèce de structure naturelle, celle de catégorie. On examinera l’histoire de cette bifurcation.