

# Chers souvenirs de Jean-Christophe

• R. PEREZ-MARCO

Il est toujours difficile d'écrire sur Jean-Christophe qui a été aussi important dans ma carrière scientifique et aussi proche personnellement. Sa disparition prématurée est un coup dur pour les Systèmes Dynamiques, pour les mathématiques en général, et pour tous ceux qui le connaissaient. Jean-Christophe était quelqu'un de très humain, avec ses qualités et ses défauts. Au moment de sa disparition je pense à tous les bons souvenirs qui méritent de rester dans la mémoire collective.

J'ai rencontré Jean-Christophe pour la première fois à l'automne 1988 dans son cours de DEA d'introduction aux systèmes dynamiques à Paris-Sud. Il était à la recherche de ses premiers étudiants en thèse. Il venait d'être nommé Professeur et enseignait son cours avec enthousiasme. On sentait que c'était une belle époque pour lui. Il avait eu récemment son enfant Tiago et ne cachait pas sa hâte de vite rentrer chez lui, l'après-midi pour le retrouver. Il avait récemment démontré l'optimalité de la condition de Brjuno dans le problème de Siegel, ce qui était un résultat majeur et le meilleur de sa carrière.

À l'époque je pensais naïvement que je devais « faire mes preuves » pour être pris en thèse. Lors d'une des séances, Jean-Christophe énonça un problème de construction d'un exemple de dynamique minimale non inversible. Le choix de l'exercice n'était pas gratuit. Jean-Christophe avait appris de Michael Herman qu'une des virtuosités du chercheur dynamique est la construction d'exemples et contre-exemples. J'ai construit un exemple en éclatant le cercle le long d'une orbite d'une rotation irrationnelle en plongeant cet espace métrique dans un cylindre. Cela me semblait un exemple original jusqu'à qu'il donne sa solution... qui était du même style, mais plus abstraite et générale. En tout cas, je sentais sa satisfaction à la découverte de ma solution, et cela me donna le courage de lui demander de me diriger en thèse, ce qu'il accepta ; je suis donc devenu son premier étudiant. J'ai profité de ce statut privilégié à une époque où Jean-Christophe ne ménageait pas son temps et était toujours disponible pour des discussions mathématiques. Il m'a donné à lire, en guise de stage de DEA, son manus-

crit sur l'optimalité de la condition de Brjuno dans le problème de Siegel. Il me semble avoir été le premier à lire ce texte. Le manuscrit avait été largement diffusé mais apparemment personne ne l'avait vraiment regardé... tel est souvent le triste sort des textes mathématiques qui résolvent complètement un problème.

Il me proposa de démontrer l'existence d'orbites périodiques pour les dynamiques non-linéarisables dans le problème de Siegel. C'était une vieille conjecture qu'Arnold avait formulée au temps de sa thèse sous la direction de Kolmogorov. Cependant, il ne me l'avait pas dit. Évidemment, pour un stage de DEA, il n'espérait point de solution, mais juste des résultats partiels améliorant les vieux exemples de Cremer. Aussi les exemples qu'il avait construits, pour prouver l'optimalité de la condition de Brjuno, avaient tous cette propriété qui plaide naturellement en faveur de la validité générale de la conjecture. Il consacra une après-midi à m'expliquer les diverses questions ouvertes autour du problème de Siegel. À ce jour les seules questions qui demeurent non résolues dans cette liste sont l'optimalité de la condition de Brjuno pour les polynômes cubiques et l'optimalité de la condition globale pour des familles de fractions de Blaschke.

Jean-Christophe rédigeait de façon précise et remarquable. Tous les détails sont dans ses manuscrits. Le seul reproche qu'on aurait pu lui formuler était de ne pas expliquer suffisamment les intuitions à la base de ses démonstrations. Du reste, avec sa façon de travailler, il était lui même incapable de les expliquer. En ce sens il avait un style semblable à celui de Gauss, le « renard qui efface avec sa queue ses traces sur le sable », selon Abel. La précision de ses manuscrits était un bien précieux pour l'étudiant qui devait les étudier. Mais pour ce qui est des intuitions il fallait les trouver ailleurs. Jean-Christophe était un disciple de Michael Herman qui est resté son guide scientifique. On ne peut pas comprendre le mathématicien Jean-Christophe sans la figure de Michael. La disparition de Michael a été un coup dur pour lui. J'ai toujours admiré Michael car c'était quelqu'un sans compromis, dévoué à la re-

cherche de la vérité et à la beauté mathématique. Il était sans concession et sincère dans ses opinions, et hier, comme aujourd'hui, il fallait en avoir le courage. Il avait une intuition remarquable et approchait les problèmes d'une façon très personnelle et originale. Sa source d'inspiration était souvent esthétique. Il avait une vaste culture mathématique et était un stratège militaire. Il traçait des plans et des programmes pour s'attaquer aux problèmes les plus difficiles. D'un autre côté, Jean-Christophe avait une technique remarquable et puissante. Ce « petit impertinent », comme disait affectueusement de lui Michael à l'époque<sup>1</sup>, avait simplifié et amélioré le résultat principal de la thèse de Michael : la conjecture d'Arnold de linéarisation globale pour les difféomorphismes du cercle. Jean-Christophe racontait comment il avait tracé le flux logique de cette démonstration, dans une feuille au format géant, et avait ainsi repéré les raccourcis qui lui ont permis sa simplification. Comme lui-même et d'autres l'ont raconté, son approche était souvent de type « expérimental ». Il aimait écrire et faire des calculs explicites et, au fur et à mesure, il parvenait à se forger une intuition du problème. Une anecdote qui remonte à cette époque m'a dévoilé la façon dont il raisonnait. Jean-Christophe aimait beaucoup jouer aux échecs et c'était un joueur très fort. On partageait ce plaisir que donne le jeu d'échecs. Un jour, j'ai amené au bureau un échiquier et lui une pendule, et après les repas de midi on avait notre session de parties de blitz<sup>2</sup>. On a joué des centaines de parties ! Il aimait jouer la Défense Française qui était adaptée à son style. Un jour, j'ai amené au bureau un logiciel d'échecs. À l'époque, les programmes d'ordinateurs étaient médiocres et cela devenait vite ennuyeux de jouer contre eux, essentiellement parce qu'ils ne variaient pas suffisamment les coups d'ouverture et répétaient des erreurs stratégiques de base. Mais, à ma grande surprise, après quelques semaines, Jean-Christophe est devenu « accro » du programme stupide. Il l'avait étudié exhaustivement et le battait à plate couture. C'était bien la façon dont il abordait les problèmes de mathématiques ! Souvent on évoque aussi la « fulgurance » de raisonnements dont il était capable. La pratique du blitz y était pour quelque chose.

Pendant ma thèse et mes premières années de chercheur, le climat de travail à Orsay était unique dans l'équipe de Topologie et Dynamique. Adrien Douady nous a tous enseigné sa fine approche de

la variable complexe. Il organisait le séminaire de Dynamique Holomorphe, et avait une activité importante. Non loin de là il y avait aussi le séminaire de Denis Sullivan à l'IHÉS, et, mais avec un public différent, le séminaire de Michael Herman à l'École Polytechnique où nous étions tous deux des habitués avec Jean-Christophe. Ce dernier séminaire prenait souvent la forme de groupe de travail, et Michael insistait pour que les plus jeunes ne soient pas « lâchés ». De fait il programmait le séminaire en pensant à eux. On y rencontrait les habitués : Nicole Desolneux, Marc Chaperon, Alain Chenciner, Albert Fathi,...les élèves de Michael, Marie-Claude Arnaud, Raphael Douady, Patrice Le Calvez... Plus tard, à Jussieu, il poursuivra son séminaire avec ses plus jeunes étudiants, Bassam Fayad, Raphael Krikorian... De nombreux collègues et amis ont favorisé cet entourage stimulant à Orsay : les « descendants » de Michael dont Jean-Christophe, Marie-Claude et Patrice, la deuxième génération, Emmanuel Risler... puis il y avait le groupe d'étudiants et proches d'Adrien Douady : Tan Lei, Thierry Bousch, Pierre Lavaurs, Xavier Buff, Marguerite Flexor, Michèle Loday, Pierrette Sentenac, Michel Zinsmeister, et aussi les habitués de la maison comme Jean-Michel Bismut, Jean Écalle, Nessim Sibony, et des nouveaux venus comme Claude Viterbo, et de nombreux d'autres, puis aussi des visiteurs comme John Hamal Hubbard, Bodil Branner et ses étudiants, qui enrichissaient le climat scientifique. À Orsay l'ambiance était conviviale et la communication facile. On déjeunait souvent ensemble, ce qui donnait lieu à des conversations toujours stimulantes.

Le groupe de Systèmes Dynamiques d'Orsay à l'époque était probablement sans égal au monde. Avec le recul que nous donne le temps, on comprend que créer un bon climat et la masse critique pour une recherche féconde requiert une chimie délicate. Mais il est encore plus difficile de maintenir cet écosystème fragile dans le temps. Malgré de nouvelles recrues, ce groupe de dynamiciens brillants se dilua peu à peu et ses membres se dispersèrent. Jean-Christophe n'était pas un « créateur d'école » comme Michael. Quand il reçut sa médaille Fields, il partit au Collège de France et, de façon naturelle, ses énergies se concentrèrent sur ses cours là-bas.

Certains des résultats les plus importants en Dynamique de l'époque ont surgi grâce à ce climat. Il en est ainsi du second résultat majeur de

1. Témoignage de Marc Chaperon.

2. Parties éclair à 5 minutes de temps de pendule pour chaque joueur.

Jean-Christophe sur la connexité locale du « lieu de connexité quadratique » aux points non infiniment renormalisables. Jean-Christophe ne l'appelait pas « ensemble de Mandelbrot » car il n'aimait pas la polémique autour du nom. Il n'appréciait guère non plus les « mathématiques appliquées » sans théorèmes formels mais riche en idées de l'œuvre de Benoît Mandelbrot. Jean-Christophe était membre de Bourbaki et bourbachique en esprit. Des meilleurs souvenirs que je garde de cette époque sont les congrès de Bourbaki où on introduisait les sessions de blitz (on n'était pas les seuls joueurs) en nous déplaçant avec pendule et échiquier, non admis en valise canonique, pour nous évader des rédactions en algèbre commutative de l'époque. Ainsi, je garde un beau souvenir de notre séjour en Italie où on donna un cours à Bologne avec Michael qui, fin gastronome, nous guidait parmi les restaurants locaux. Des années plus tard à UCLA toute mon admiration gastronomique pour Michael disparaîtra pourtant subitement quand, au déjeuner, il se lança sur le « junk food ». Ses origines américaines pouvaient donc ressurgir de façon inattendue ! En septembre 1995 on donna avec Jean-Christophe un cours au CRM à Barcelone et je fus ravi de lui montrer ma ville. Il accepta l'invitation chez mes parents plutôt que de profiter du bel hôtel que lui avaient réservé les organisateurs. On passa une bonne semaine à faire cours le matin, et les après-midi entre la plage, les parties de blitz et les discussions mathématiques ! Et puis les congrès à Oberwolfach, à Rio, avec lui... que de beaux souvenirs.

Ma thèse ne dura pas longtemps et donna lieu, avec le recul, à des situations plutôt comiques même si à l'époque je ne considérais point les choses ainsi. L'un des avantages des jeunes est leur naïveté qui fait tenter des solutions inattendues pour des chercheurs expérimentés. Probablement cela me permit de soupçonner que la condition que j'avais trouvée dans mon travail de stage de DEA était peut-être optimale. C'est à dire, que des exemples sans orbites périodiques pouvaient bel et bien exister, contrairement à la conjecture d'Arnold, et à ce que croyaient les experts. Quelques mois après mon DEA je trouvais la géométrie optimale qui permettait de construire ces exemples sans orbites périodiques ! Je me rappelle l'excitation mélangée de scepticisme de Jean-Christophe quand je lui racontais cette découverte. Plus tard j'ai compris qu'il y avait en lui une certaine inquiétude car le résultat était inattendu et la géométrie qui donnait la condition arithmétique optimale était complètement nouvelle... j'étais son premier étudiant...

et il y avait un risque qu'une solution de cette nature soit complètement fausse ! J'ai passé plusieurs séances à lui expliquer en détail la construction, et ensuite il m'a envoyé convaincre Michael qui sera un des rapporteurs de ma thèse. Je pense que c'était d'avantage pour se rassurer lui-même. Les séances avec Michael étaient dures. Convoqué les mercredis après-midi pendant un mois et demi à l'IHP (où à l'époque il s'occupait des publications d'Astérisque) je lui ai raconté ligne par ligne mon manuscrit. Il posait toutes les questions possibles et imaginables. Lors de l'avant-dernière séance, quand je croyais avoir fini pour de bon, il m'a demandé de démontrer au tableau le théorème de rectification d'Ahlfors-Bers que j'utilisais seulement pour prouver un résultat secondaire. Étant incapable de reproduire les détails de cette démonstration que j'avais étudiée, mais pas comprise, dans le petit livre d'Ahlfors, je fus convoqué pour une séance de torture supplémentaire. Ce qui embêtait aussi Jean-Christophe, était ma rédaction optimisée et « self-contained » qui tenait en une trentaine de pages. Une thèse à 30 pages, ça ne faisait pas sérieux ! Il me demanda de construire des exemples pour les difféomorphismes du cercle, ce que je fis, mais avec la même longueur ! Je m'étais appliqué à rédiger le noyau de la construction géométrique de façon commune aux deux cas.

Jean-Christophe était quelqu'un de très consciencieux mais, hélas, peu doué pour respecter les délais administratifs, bien qu'il s'améliora avec le temps. Il était constamment poursuivi par les dates limites de toutes sortes. Il faisait son travail administratif très consciencieusement, ce qui lui prenait énormément de temps. Je me rappelle que durant toute ma thèse il avait de façon permanente sur son bureau le manuscrit de l'article de Benedicks et Carleson sur l'attracteur de Hénon. Il devait être un des rapporteurs de ce manuscrit pour les *Annals of Mathematics* et son rapport s'est fait attendre... À mon initiative j'ai écrit une note aux *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* annonçant les nouveaux résultats, c'était mon premier article. Jean-Christophe m'a proposé de l'envoyer à Malgrange qui était correspondant. Des mois se sont écoulés et, n'ayant pas de nouvelles, j'écrivis directement à Malgrange qui me répondit qu'il n'avait rien reçu ! Stupéfait, je suis alors aller voir Jean-Christophe qui visiblement gêné (il ne savait pas mentir !) blâma La Poste, responsable selon lui de la perte du courrier. Le plus drôle c'est que cette mésaventure s'est reproduit aussi pour ma deuxième note aux *Comptes Rendus* ! Je l'ai

finaleme nt transmise à Michael qui était devenu entre temps académicien.

Ayant démontré ce que je croyais être un résultat majeur, je me suis présenté au concours du CNRS en 1990. J'étais en 3<sup>e</sup> année à l'ÉNS mais en tant qu'élève étranger je n'étais pas rémunéré. C'est mon mariage dans les mois à venir qui probablement me motiva pour finir ma thèse au plus vite et aspirer à un emploi stable. Jean-Christophe n'a pas formulé d'objections, mais n'a rien fait non plus. Je n'ai pas été classé. La commission, toujours lucide, a estimé que j'étais trop jeune et que, en 3<sup>e</sup> année d'école, je bénéficiais encore pendant une année du salaire de normalien (sic). Par inexpérience j'ai très mal pris cela à l'époque. Entre ceci et l'affaire des notes aux CRAS une froideur s'est établie avec Jean-Christophe et en signe de protestation j'ai refusé de façon enfantine de faire les séances de TD pour son cours de Licence (j'étais moniteur d'enseignement). Il voulait aussi que je détermine la condition optimale pour les difféomorphismes du cercle. En réalité je pense qu'il voulait que je rajoute des pages à ma thèse, mais j'ai refusé en lui répondant de façon insolente que c'était suffisant vu ce que j'étais payé. Bref...on s'est vite réconciliés quand même et l'année suivante, grâce à une lettre de soutien de J. Milnor, j'ai été recruté au CNR et destiné à Orsay. Il est venu à mon mariage à Salamanque le 6 juillet 1991 et je garde une belle photo de la famille Yoccoz avec Tiago et Dalva dans la chapelle de la vieille université, la plus ancienne au monde.

La médaille Fields de Jean-Christophe en 1994 a été une surprise pour beaucoup. Pas pour moi. Jeune naïf comme je l'étais alors, je croyais que les prix et les distinctions reflétaient la valeur de la production mathématique, et je savais que Jean-Christophe méritait largement les plus hautes distinctions pour ses deux résultats majeurs : l'optimalité de la condition de Brjuno et la connexité locale de l'ensemble de Mandelbrot aux points non infiniment renormalisables. En réalité sans soutien politique il n'aurait pas eu sa médaille. Il a reçu un fort soutien scientifique de la part d'Adrien Douady<sup>3</sup>, mais je ne pense pas que le soutien politique soit venu de France. Ses détracteurs avaient les moyens de l'attaquer : aucun de ses résultats principaux n'avaient été publiés ! Pour la connexité locale il n'y avait même pas de manuscrit. Il avait donné une série de séminaires à Orsay. Il faut reconnaître à J.H. Hubbard pour avoir écrit la preuve de la connexité locale à partir de ces séminaires, bien qu'en ayant

modifié la combinatoire et utilisé le langage des « tableaux ». Jean-Christophe concentrait toute l'information combinatoire de façon plus succincte et minimale dans sa fonction  $\tau$  des temps de retour. Pour ma part j'avais formulé plus géométriquement dans mes articles la construction de ses exemples dans le problème de Siegel et avais fait un séminaire Bourbaki sur ses résultats.

Jean-Christophe se sentait mal-à-l'aise dans les arcanes de la politique de la recherche. Je pense qu'il était parfois un peu naïf, mais en même temps habile. Sun Tzu et les joueurs d'échecs savent bien que dans certaines situations la meilleure action est l'inaction. On parle de « zugzwang », ce sont les positions où celui qui a l'obligation de jouer a le désavantage. La Défense Française favorite de Jean-Christophe, cède l'initiative aux blancs en gardant une position solide, et repose sur ces mêmes idées. Jean-Christophe était fasciné par ce concept et était le Maître du « zugzwang ». Mais ce qui dans le contexte de la Théorie des Jeux est probablement optimal, peut être éprouvant pour son entourage proche.

La médaille Fields lui a apporté reconnaissance, notoriété, de nombreuses obligations, et une chaire au Collège de France. Comme c'est souvent le cas, cela n'a pas eu que des conséquences positives pour ses mathématiques. Sa production scientifique a continué d'être d'une excellente qualité, mais il n'avait plus la même ambition de s'attaquer aux grands problèmes comme d'autres fois. Il s'est vu touché par des problèmes soulevés par d'autres et y a dépensé beaucoup d'énergie. Pendant longtemps il a essayé d'écrire une preuve correcte de la sélection des paramètres pour l'hyperbolicité non uniforme dans la famille de Hénon. Je savais que s'il réussissait à l'écrire on aurait finalement une démonstration vérifiable dans les détails. À l'époque, j'ai été chargé de préparer un séminaire Bourbaki sur le sujet qui n'a jamais vu le jour. Je me suis intéressé de près au sujet ; j'ai consulté tous les acteurs en essayant sans succès de dégager une démonstration. Jean-Christophe venait de consacrer pendant trois ans ses cours au Collège de France sur le sujet. Dans ses notes de cours la sélection des paramètres était inachevée. Je l'ai rencontré. Je lui ai fait savoir que je pensais que l'approche ne pouvait pas marcher. En toute honnêteté, et à contrario d'autres spécialistes, il m'a avoué qu'il ne savait pas faire non plus. Il croyait pouvoir obtenir une preuve et m'a promis de me communiquer le

3. Je remercie Raphaël Douady pour la confirmation de ce point.

manuscrit, ce qui malheureusement ne s'est jamais produit. Cependant ses disciples ont continué son travail et de nouvelles propositions ont vu le jour récemment. J'ai toujours apprécié sa sincérité et son honnêteté scientifique.

Jean-Christophe était une personne humainement admirable et un mathématicien hors pair. Tous ses proches nous garderons de lui de chers souve-

nirs et il continuera à briller à travers ses mathématiques et celles de ses descendants. Il me manque chaque jour davantage. Je l'associe dans ma mémoire à tous mes autres maîtres, trop prématurément disparus, qui resteront toujours présents : Michael R. Herman (1942-2000), Adrien Douady (1935-2006), Jean-Daniel Bloch (1951-2012) et André Warusfel (1936-2016).



**Ricardo PEREZ-MARCO**

CNRS, IMJ-PRG, Bât. Sophie Germain, Case 7012, 75205 Paris cedex 13  
ricardo.perez.marco@gmail.com  
<https://webusers.imj-prg.fr/~ricardo.perez-marco/>

Né à Barcelone (Espagne) en 1967, directeur de recherches au CNRS à l'IMJ-PRG. Ancien élève de l'ÉNS Ulm promotion 1987, docteur en mathématiques de l'université Paris-Sud 1990 sous la direction de J.-C. Yoccoz. Spécialiste des systèmes dynamiques, Ricardo Perez-Marco travaille dans plusieurs domaines parmi lesquels la dynamique holomorphe et les petits diviseurs, la théorie des fonctions zéta, les théories transalgébriques, la dynamique économique, le bitcoin et les cryptofinances.

DRAFT