

NOM :
PRÉNOM :

L3 MATH
2014-2015

Algèbre II
Contrôle du 14 avril 2015
durée : 30 minutes

Les documents, calculatrices et téléphones portables sont interdits durant l'épreuve.

Exercice 1

Questions de cours

- (1) Soient K un corps, E un K -espace vectoriel de dimension finie et $f \in \mathcal{L}(E)$. Soit $P \in K[X]$ un polynôme annulateur de f .
 - (a) Montrer les valeurs propres de f sont des racines de P .
 - (b) La réciproque est-elle vraie ?
- (2) Énoncer le lemme des noyaux.

Exercice 2

Soient K un corps de caractéristique 0 et $E = K^3$. Soit $\tau \in \mathcal{L}(E)$ l'endomorphisme dont la

matrice dans la base canonique est : $M = \begin{pmatrix} -5 & -9 & -6 \\ 4 & 7 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- (1) Calculer $\text{Rang}(\tau - \text{id})$.
- (2) Donner une base explicite de $H = \text{Ker}(\tau - \text{id})$.
- (3) En précisant un vecteur $v \in H \subset E$ et une forme linéaire $\phi : E \rightarrow K$ tels que $\tau(x) = x + \phi(x) \cdot v$ pour tout $x \in E$, montrer que τ est une transvection.